BAC Blanc TS

<u>EXERCICE 1 (4 points)</u> Commun à tous les candidats

L'exercice comporte quatre propositions indépendantes. Indiquer pour chacune d'elles si elle est vraie ou fausse en justifiant.

1. $-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ est une solution de l'équation $z^2 + 3z + 3 = 0$.

2. L'ensemble des points M d'affixe z du plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$ vérifiant $|z-2| = |z-2i|$ est la droite d'équation $y = x$.

3. Si A, B et C sont trois points deux à deux distincts du plan complexe d'affixes a, b et c vérifiant $\frac{b-a}{c-a}=-3$ alors A, B et C sont alignés.

4. La transformation du plan qui associe à un point M d'affixe z, le point M' d'affixe z' tel que : $z'=(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)z-i-\sqrt{3}$ est une rotation.

<u>EXERCICE 2 (4 points)</u> Commun à tous les candidats

Le but de cet exercice est de vérifier l'efficacité d'un vaccin sur une population. On dispose des données suivantes :

- Le quart de la population a été vacciné.
- La probabilité qu'un individu soit malade sachant qu'il est vacciné est égale à 0,1.
- Parmi les malades, une personne sur treize a été vaccinée.

Pour une personne rencontrée au hasard, on considère les événements suivants :

M : « être malade » V : « être vacciné »

1. On rencontre par hasard une personne de cette population, dessinez un arbre schématisant la situation.

2. Calculer la probabilité de l'événement : $M \cap V$ puis en déduire que la probabilité de l'événement M est égale à 0,325.

3. Calculer la probabilité de l'événement : $M \cap V$.

4. Calculer $p_{\overline{V}}(M)$.

5. Déterminer le réel k tel que $p_V(M)=kp_{\overline{V}}(M)$. Que signifie ce résultat pour le problème posé ? Conclure.

<u>EXERCICE 3 (7 points) :</u> **Commun à tous les candidats**

<u>PARTIE A</u> - Restitution organisée des connaissances

On suppose connues :

- la dérivée de la fonction exponentielle.
- la formule de dérivation de $u \circ v$ ainsi que ses conditions d'utilisation.
- la fonction ln est dérivable sur]0 ; +∞[.
- pour tout x de]0 ; +∞[on a : $\exp(\ln x) = x$.

À partir de ces quatre arguments, montrer que la dérivée de la fonction ln est la fonction définie sur]0 ; +∞[qui à x associe $\frac{1}{x}$.

<u>PARTIE B</u> - Étude de fonction :

On considère la fonction f définie sur]0 ; +∞[par $f(x) = x + \frac{\ln(x)}{x}$.

Le but du problème est l'étude de cette fonction et le calcul d'une aire.

On note Cf la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$ **d'unité graphique 3 cm**.

I - Étude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur]0 ; +∞[par : $g(x) = x^2 + 1 - \ln x$.

1. Étudier les variations de g sur]0 ; +∞[.

2. En déduire le signe de g sur]0 ; +∞[.

II - Étude de la fonction *f* et tracé de sa courbe représentative Cf

1. Déterminer la limite en 0 de la fonction f. Quelle est l'interprétation graphique de ce résultat ?

2. Déterminer la limite en+∞de f puis montrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à Cf.

3. Soit ***f '*** la fonction dérivée de la fonction f. Calculer ***f '*(x)** pour tout réel x de]0 ; +∞[.

4. En déduire le sens de variation de f sur]0 ; +∞[puis dresser le tableau de variations de la fonction f.

5. Déterminer le point A de la courbe Cf en lequel la tangente (T) est parallèle à la droite (D).

6. Dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ tracer les droites (D) et (T) et la courbe Cf.

III - Calcul d'une aire.

1. Montrer que : $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x}dx = \frac{1}{2}$

2. En déduire l'aire de la région du plan délimitée par les droites d'équation $x = 1$, $x = \mathrm{e}$, l'axe des abscisses et la courbe C. On exprimera cette aire en cm². Hachurer cette région sur le graphique.

EXERCICE 4 (5 points) **Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

On considère l'équation (E) : $7x - 6y = 1$où x et y sont des entiers naturels.

1. Donner une solution particulière de l'équation (E)

2. Déterminer l'ensemble des couples d'entiers naturels solutions de l'équation (E).

Partie B

Dans cette partie, on se propose de déterminer les couples (n, m) d'entiers naturels non nuls vérifiant la relation : $7^n - 3 \times 2^m = 1$ (F).

1. On suppose $m \leqslant 4$. Montrer qu'il y a exactement deux couples solutions.

2. On suppose maintenant que $m \geqslant 5$.

a. Montrer que si le couple (n, m) vérifie la relation (F) alors $7^n \equiv 1$(modulo 32).

b. En étudiant les restes de la division par 32 des puissances de 7, montrer que si le couple (n, m) vérifie la relation (F) alors n est divisible par 4.

c. En déduire que si le couple (n, m) vérifie la relation (F) alors $7^n \equiv 1$(modulo 5).

d. Pour $m \geqslant 5$, existe-t-il des couples (n, m) d'entiers naturels vérifiant la relation (F) ?

3. Conclure, c'est-à-dire déterminer l'ensemble des couples d'entiers naturels non nuls vérifiant la relation (F).