

Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la copie.

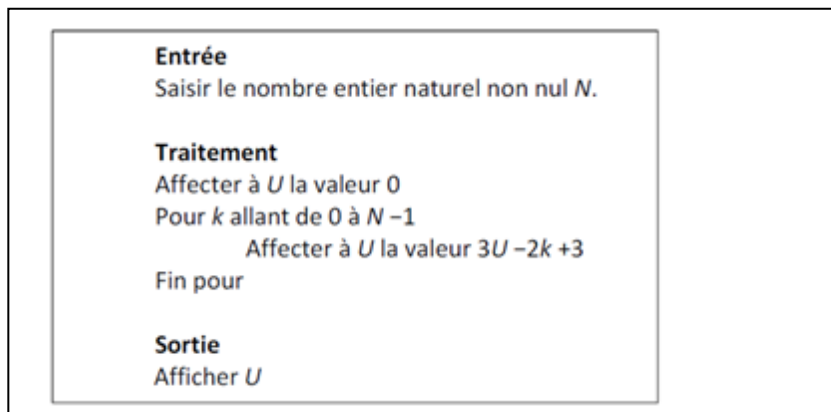
Question de cours : (2 points)

On considère A et B deux évènements.

Montrer que si A et B sont indépendants, Alors A et \bar{B} le sont aussi.

Vrai ou Faux : (3 points)

- Si $P(A) + P(B) = 1$, alors les évènements A et B sont contraires.
- La forme algébrique de $\frac{1+2i}{3-i}$ est égale à $\frac{1}{8} + \frac{7}{8}i$
- On considère l'algorithme suivant, dans lequel les variables sont le réel U et les entiers naturels k et N .



Lorsque l'on choisit $N = 3$, alors l'algorithme affiche « $U = 3$ ».

Fonctions : (5 points)

On considère la fonction g définie sur $] -\infty; -3[\cup] -3; +\infty[$ par $g(x) = \frac{x^2+x-4}{x+3}$ et par Cg sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. Conjecturer, à l'aide de la calculatrice, les variations de la fonction g .
2. Étudier les variations de la fonction g et dresser son tableau de variation.
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection avec les axes de coordonnées.

Suites : (5 points)

On considère la suite (U_n) définie par :

$$U_0 = -1, U_1 = \frac{1}{2} \text{ et pour tout entier naturel } n, U_{n+2} = U_{n+1} - \frac{1}{4} U_n$$

- 1) Calculer U_2 .
- 2) En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 3) On définit la suite (V_n) en posant, pour tout entier naturel n :

$$V_n = U_{n+1} - \frac{1}{2} U_n$$

- a) Calculer V_0 .
 - b) Démontrer que (V_n) est géométrique.
- 4) On définit la suite (W_n) en posant, pour tout entier naturel n :

$$W_n = \frac{U_n}{V_n}$$

- a) En utilisant l'égalité $U_{n+1} = V_n + \frac{1}{2} U_n$, montrer que pour tout entier naturel n , on a $W_{n+1} = W_n + 2$.
- b) Exprimer alors W_n en fonction de n .
- c) En déduire, en justifiant convenablement, la limite de (W_n) .

Probabilités (5 points)

Une agence de voyage propose exclusivement deux destinations Espagne ou Brésil.

70 % des clients choisissent la destination Espagne.

30 % des clients choisissent la destination Brésil.

Au retour de leur voyage, tous les clients de l'agence répondent à une enquête de satisfaction qui montre que 80 % des clients ayant choisi la destination Brésil sont satisfaits.

On prélève au hasard un questionnaire dans la pile des questionnaires recueillis.

On note les événements :

E : « le client a choisi la destination Espagne » ;

B : « le client a choisi la destination Brésil » ;

S : « le client est satisfait de son voyage ».

1. Illustrer l'énoncé avec un arbre de probabilité. (*il sera incomplet pour l'instant*)

2.

a. Traduire par une phrase l'événement $B \cap S$, puis calculer sa probabilité.

b. L'enquête montre que 72 % des clients de l'agence sont satisfaits. Calculer $P(E \cap S)$.

c. En déduire la probabilité conditionnelle $P_E(S)$, puis compléter l'arbre.

(*on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible*)

3. Le questionnaire prélevé est celui d'un client qui est satisfait.

Le client a omis de préciser quelle destination il avait choisie.

Déterminer la probabilité qu'il ait choisi la destination Brésil.

(*on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible*).

BONUS : (*à traiter éventuellement après avoir traité l'ensemble du sujet*)

Prolongement de l'exercice sur les suites.

5) Déduire des questions précédentes que, pour tout entier naturel n , on

$$a : U_n = \frac{2n-1}{2^n}.$$

6) Pour tout entier naturel n , on pose :

$$S_n = \sum_{k=0}^{k=n} U_k = U_0 + U_1 + \dots + U_n.$$

Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n :

$$S_n = 2 - \frac{2n+3}{2^n}$$