$1^{ère}$ S	12 mai 2017

Devoir commun de mathématique

(2 heures)

La notation prend en compte le soin apporté à la rédaction de la copie.

<u>Question de cours :</u> (2 points)

On rappelle qu'une fonction f est dérivable en un réel a de son ensemble de définition, si lorsque le réel h tend vers 0 la quantité : $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers un réel que l'on appelle nombre dérivé de f en a.

En utilisant le rappel précédent, démontrer que la fonction inverse est dérivable sur son ensemble de définition et que sa fonction dérivée est la fonction : $x \to -\frac{1}{x^2}$.

<u>Exercice 1 :</u> (5 points)

Pour chacune des 5 affirmations suivantes dire si elle est vraie ou fausse. Justifier soigneusement.

1) a) La suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et pour tout $n \in$ IN, $u_{n+1} = 2u_n + 5$ n'est ni arithmétique, ni géométrique.

b) La suite (v_n) définie pour tout $n \in$ IN par $v_n = u_n + 5$ est géométrique ((u_n) étant définie au a).

2) La suite (u_n) définie par : pour tout $n \in$ IN, $u_n = \frac{-1}{4n+1}$ est une suite croissante.

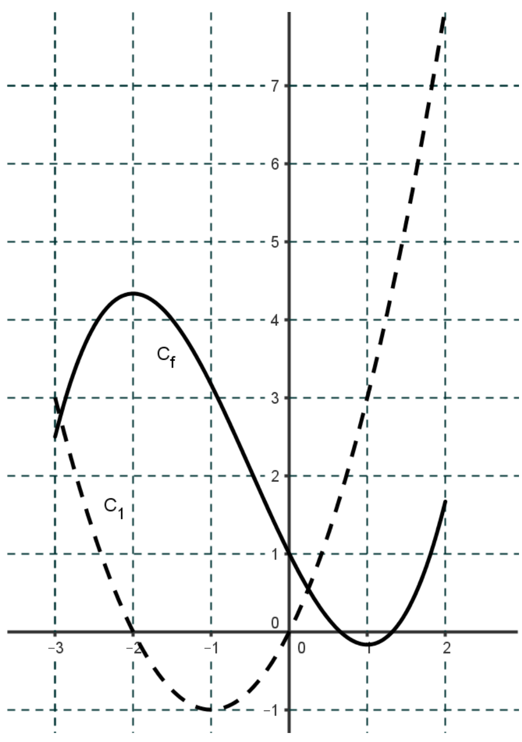
3) $\displaystyle\sum_{k=0}^{k=63} 2^k = 2^{64} - 1$

(On rappelle que $\sum_{k=0}^{k=63} 2^k = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{63}$)

4) Soit f une fonction dérivable sur [-3;2].

On a dessiné ci-contre :

- en trait continu, la courbe de la fonction f.
- en pointillés, la courbe de la fonction $f\,'$.



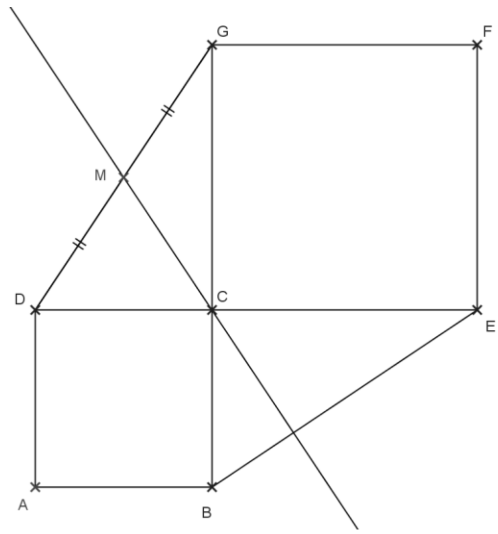
Exercice 2 : **(5 points)**

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$.

On note C_f sa courbe représentative dans un repère.

1) Étudiez les variations de la fonction f.
2) Déterminez une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 1, sous la forme $y = mx + p$. On note (T_1) cette tangente.
3) C_f admet-elle une autre tangente parallèle à (T_1) ?
4) Montrez que pour tout x réel, $f(x) - (mx + p) = -(x - 1)^3$, avec m et p déterminés à la question 2).
5) En déduire les positions relatives de C_f et de (T_1).

Exercice 3 : **(5 points)**



ABCD et CEFG sont deux carrés de côté respectif 4 et 6 tels que C appartient aux segments [DE]et [BG] comme représentés sur la figure .

M est le milieu du segment [DG].

1) Démontrer que les droites (CM) et (BE) sont perpendiculaires.
2) Calculer le produit scalaire : $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BE}$.
3) On note H le projeté orthogonal de C sur (BE).

   On munit le plan du repère orthonormé $\left(A\ ;\ \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}\right)$. On cherche à déterminer les coordonnées de H dans ce repère.

   a) Déterminer l'équation de la droite (BE) dans ce repère.
   b) En déduire les coordonnées de H.

Exercice 4: **(3 points)**

Un élève se rend à vélo à son lycée distant de 2km ; il roule à une vitesse supposée constante de 12km.h^{-1}. Sur le parcours, il rencontre 5 feux tricolores non synchronisés. Pour chaque feu, la probabilité qu'il soit au vert ou à l'orange est de 0,7. Un feu vert ou orange ne ralentit pas le cycliste, un feu rouge lui fait perdre une minute.

1) Montrer que si l'élève rencontre 2 feux rouges, il mettra 12 minutes pour arriver à son lycée.
2) S'il part 13 minutes avant la sonnerie, quelle est la probabilité qu'il arrive en retard ?