

Devoir commun de Mathématiques - Trimestre 3**SECONDES**

Durée 2 heures. Calculatrice autorisée.

Attention !

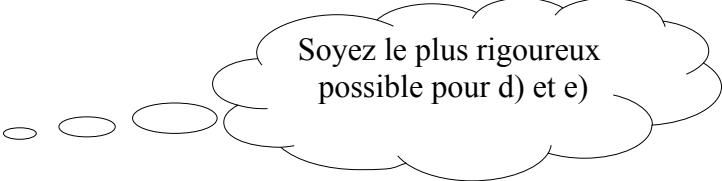
- *Toute réponse doit être justifiée.*
- *La rédaction et la présentation du devoir seront prises en compte.*
- *Pensez à détacher et à rendre la feuille Annexe avec vos Nom, Prénom, classe.*
- *N'oubliez pas d'indiquer votre classe en plus de nom et prénom sur votre copie.*

EXERCICE 1 : (8 points)**Vrai-Faux à justifier**

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 6x + 5$.

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses en expliquant :

- $f(x)$ peut aussi s'écrire sous la forme $f(x) = (x+3)^2 - 4$
- $f(0) = 2$
- -3 est un antécédent de -4 par la fonction f
- l'équation $f(x) = 5$ admet deux solutions
- l'équation $f(x) = -5$ admet deux solutions



Soyez le plus rigoureux possible pour d) et e)

EXERCICE 2 : (11 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.

- Expliquer pourquoi -1 n'a pas d'image par cette fonction, en déduire l'ensemble de définition de f .
- Calculer l'image de zéro par f
 - Résoudre l'équation $f(x) = 0$
 - En déduire les coordonnées des points d'intersection de la courbe C_f avec les axes de coordonnées.
- Montrer que, pour tout x différent de -1 , $f(x)$ peut aussi s'écrire $f(x) = 1 + \frac{3}{x+1}$
- Résoudre $f(x) > 1$.
- Est-il possible que la courbe C_f rencontre la droite d'équation $y = 1$? Justifier votre réponse.

BONUS : A l'aide de la calculatrice, conjecturez les variations de la fonction f et faire la preuve des variations sur l'intervalle $] -1 ; +\infty [$

EXERCICE 3 : (11 points)

Soit la fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{1}{5}$

a) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-contre :

x	-4	1
$f(x)$		

b) Tracer la droite (T) d'équation $y = \frac{4}{5}x + \frac{1}{5}$ sur le graphique en annexe

(graphique 1)

c) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (T) avec l'axe des ordonnées, puis avec l'axe des abscisses.

d) Déterminer l'équation de la droite (DF). (On lira les coordonnées de D et F sur le graphique puis on fera les calculs nécessaires).

e) Expliquer pourquoi les deux droites (T) et (DF) sont sécantes puis déterminer les coordonnées de leur point d'intersection M.

f) Placer P tel que $\vec{BP} = \vec{AD} + \frac{2}{5}\vec{DB}$

g) Les points A, F et P sont-ils alignés ? Justifier soigneusement sachant que plusieurs méthodes sont possibles.

EXERCICE 4 : (10 points) Deux problèmes au choix !

Vous choisirez un des deux problèmes suivants et rédigerez une solution en expliquant votre démarche même si vos calculs n'aboutissent pas.

Toute initiative et toute trace de recherche sera valorisée.

Problème 1

a) Dans le repère du plan (voir en annexe, graphique 2), placer les points A(3 ; 6) ; B(7 ; 1) et C(-1 ; -2).

b) Construire D tel que $\vec{CD} = \frac{3}{4}\vec{CA}$

c) Tracer la parallèle à (AB) passant par D. Nommer E le point d'intersection de cette droite avec (CB)

d) Déterminer les coordonnées du point E par la méthode de votre choix.

Problème 2 :

Pour réduire la circulation des véhicules dans le centre d'une petite ville, la municipalité envisage de construire une déviation.

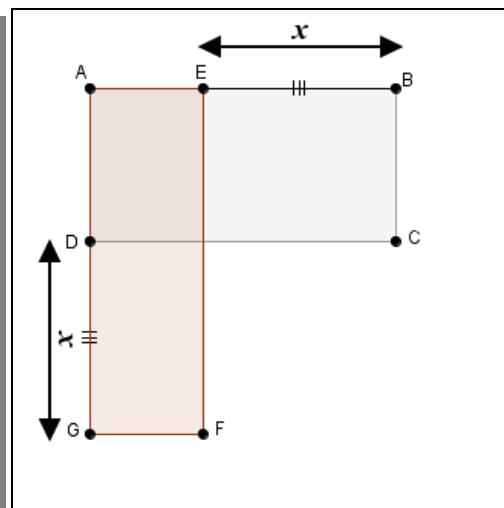
Les propriétaires des terrains situés dans la zone où passera la déviation sont prévenus de ce projet.

On propose au propriétaire d'un terrain rectangulaire ABCD d'une longueur $AB = 20$ mètres et d'une largeur $AD = 10$ mètres, de modifier son terrain en retirant x mètres à la longueur et en ajoutant x mètres à la largeur comme l'indique la figure ci-contre.

Il deviendrait alors propriétaire d'un nouveau terrain rectangulaire AEFG.

Avant d'accepter la proposition, le propriétaire veut déterminer pour quelles valeurs de x son nouveau terrain aura une aire supérieure ou égale à l'aire de l'ancien terrain et l'aire maximale qu'il peut espérer obtenir.

Aidez-le à répondre à ces interrogations.

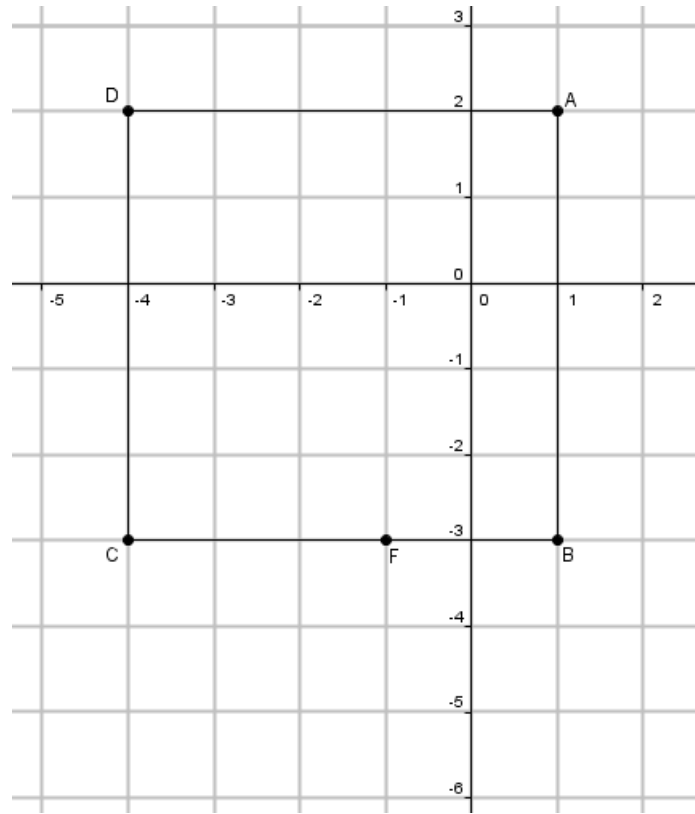


Feuille Annexe à détacher et à rendre avec la copie

Nom et prénom : Classe

Exercice 3

Graphique 1



Exercice 4 : Problème 1

Graphique 2

